

Name

24.02.21

Entwurf einer Unterrichtsstunde im Fach Mathematik

Schule: Schulleiterin: Anleitende Lehrkraft:
Fach: Mathematik Klasse: Zeit: Raum:

0. Individuelle Kompetenzentwicklung des Lernenden:

- optimierte Aktivierung der SuS in der Sicherungsphase

I. Thema der Einheit: Kombinatorik in der Winterzeit

Std.	Thema der Stunde	Prozessbezogene mathematische Kompetenzbereiche	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzbereiche nach Leitideen
1./2.	Wir kombinieren verschiedene Kleidungsstücke → <i>Kartesisches Produkt aus 3 Mengen</i> → <i>Entwickeln von Lösungsstrategien</i>	[K2] Probleme mathematisch lösen [K6] Mathematisch kommunizieren	[L5] Daten und Zufall
3.	Wir stellen unser Wintermenü zusammen → <i>Kartesisches Produkt aus 3 Mengen</i> → <i>Erarbeitung geordneter Darstellungsweisen</i>	[K4] Mathematische Darstellungen verwenden	
4.	Wir bauen bunte Schneemänner → <i>Permutation ohne Wiederholung von 3 Objekten</i> → <i>Lösungen vorstellen, beschreiben und miteinander vergleichen</i>	[K6] Mathematisch kommunizieren	
5.	Wir planen einen Winterausflug → <i>Permutation ohne Wiederholung von 4 Objekten</i> → <i>Erarbeitung eines Baumdiagramms</i>	[K4] Mathematische Darstellungen verwenden	

6./7.	Wir verabschieden uns vom Winter und feiern eine Party → <i>Lösen von Aufgabenvariationen und Reflektieren dieser</i>	[K6] Mathematisch kommunizieren	
-------	--	---------------------------------	--

II. Kompetenzen und Standards

a) Standardbezug

[K3] Die Schülerinnen und Schüler können eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer nachvollziehen und gemeinsam Lösungswege reflektieren (RLP, Teil C, S. 20).

[L5] Die Schülerinnen und Schüler können Möglichkeiten zu kombinatorischen Fragestellungen systematisch durcharbeiten und entsprechend auswerten (RLP, Teil C, S. 59, Niveau C).

b) Standardkonkretisierung (Einschätzung des antizipierten durchschnittlichen Wissens- und Kompetenzniveaus der Lerngruppe)

	vorhandenes Wissen	entwickeltes Können
Ausgangslage im Hinblick auf den Standard	<u>fachbezogenes Gegenstandswissen:</u> Die Schülerinnen und Schüler kennen kombinatorische Aufgaben zum kartesischen Produkt. Sie wissen, dass kombinatorische Fragen an bestimmte Voraussetzungen geknüpft sind und systematisch bearbeitet werden können. <u>fachbezogenes Prozess-/Methodenwissen:</u> Alle Schülerinnen und Schüler kennen die Methode Ich-Du-Wir und haben bereits damit gearbeitet.	<u>inhaltsbezogen:</u> Alle Schülerinnen und Schüler können mithilfe von Material unterschiedliche Kombinationen legen. Viele von ihnen können dabei systematisch vorgehen. <u>prozessbezogen:</u> Die meisten Schülerinnen und Schüler können eigene Vorgehensweisen in ihrer Alltagssprache beschreiben. Viele benötigen dafür jedoch ein sprachliches Vorbild. Die Schülerinnen und Schüler können die Lösungswege anderer unterstützt durch Visualisierung nachvollziehen. Einige Schülerinnen und Schüler können Lösungswege vergleichen und reflektieren.
Standard-konkretisierung	Die Schülerinnen und Schüler lösen systematisch die kombinatorische Fragestellung, wie viele unterschiedliche Schneemänner aus drei verschiedenfarbigen Kugeln gebaut werden können, tauschen sich in Kleingruppen über ihr Vorgehen aus und reflektieren dieses.	

Nachweis des Lernzuwachses (Indikatoren)	Die Schülerinnen und Schüler finden verschiedene Lösungen zur kombinatorischen Fragestellung; sie arbeiten enaktiv mit den Knetkugeln und übertragen die verschiedenen Möglichkeiten auf ihr Arbeitsblatt unter Verwendung drei verschiedener Buntstifte. In einer Kleingruppe sprechen sie über ihr Vorgehen mithilfe des Wortspeichers. Sie vergleichen ihre Lösungen und überprüfen, ob alle Lösungen zum Aufgabenformat passen und sortieren gegebenenfalls doppelt vorkommende Lösungen aus. Sie reflektieren gemeinsam, welche Strategie besonders günstig ist, um alle Möglichkeiten zu finden. Gegebenenfalls stellen sie diese Strategie auf einem neuen Arbeitsblatt dar. Anschließend stellen einzelne Schülerinnen oder Schüler ihre Strategie im Plenum vor. Die Kinder vergleichen die vorgestellten Lösungswege miteinander und reflektieren das unterschiedliche Vorgehen.
--	--

Individuelle Kompetenzentwicklung

Schüler/in	Kompetenzstand	Maßnahmen der Kompetenzentwicklung
Schüler A	A findet zügig Lösungsstrategien für unbekannte Aufgabenformate. Er bearbeitet kombinatorische Aufgaben systematisch.	- Bereitstellen einer anspruchsvolleren Zusatzaufgabe
Schülerin B	B findet durch Probieren verschiedene Lösungen, hat jedoch Probleme dabei, systematisch vorzugehen sowie ihre Lösungen systematisch darzustellen.	- Tippkarte - besondere Zuwendung durch Lehrkraft und Hinweis auf Vorwissen - Austausch und Reflexion in einer Gruppenarbeit
Schüler C	C hat Schwierigkeiten dabei, mit einer Aufgabe zu beginnen sowie seine eigene Vorgehensweise anderen Kindern zu beschreiben.	- schneller und motivierender Zugang durch enaktive Aufgabe - Wortspeicher an der Tafel - besondere Zuwendung durch Lehrkraft

III. Der fachlich-inhaltliche Schwerpunkt

a) Sachanalyse

Die Kombinatorik beschäftigt sich mit den Möglichkeiten der Auswahl oder Anordnung von Objekten in Abhängigkeit davon, ob die Reihenfolge der Objekte berücksichtigt wird und/oder die Objekte wiederholt auftreten können (vgl. Schipper et al. 2017, S. 317). Für diese unterschiedlichen Fälle werden die Begriffe *Permutation*, *Variation* und *Kombination* jeweils *mit* und *ohne Wiederholung* verwendet (vgl. ebd.).

In der vorliegenden Stunde beschäftigen wir uns mit der Permutation ohne Wiederholung. Eine Menge mit n Elementen soll unter Berücksichtigung der Reihenfolge angeordnet werden, wobei jedes Element nur einmal vorkommen darf. Die Anzahl der Möglichkeiten lässt sich folgendermaßen herleiten: Für die Besetzung der ersten Stelle gibt es n Möglichkeiten, da noch kein Element vergeben wurde. Für das zweite Objekt kommen nur noch $n - 1$ Möglichkeiten in Betracht, für das dritte entsprechend $n - 2$ Möglichkeiten und so weiter, bis für das letzte Element nur noch eine Stelle übrig bleibt. Demnach wird die Anzahl an n Permutationen durch die Fakultät angegeben: $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1$ (vgl. Grotz 2018).

b) Aufgabenanalyse

Aufgabe	Finde alle Möglichkeiten, einen Schneemann aus drei verschiedenfarbigen (rot, gelb, blau) Kugeln zu bauen.
Anforderungsbereich	II: Zusammenhänge herstellen
Begründung des Einsatzes	<ul style="list-style-type: none">• Entwickeln eigener Lösungsprozesse
Notwendige Denkschritte	<ol style="list-style-type: none">1. Bewusstsein über die Voraussetzungen: kein Element kommt mehrfach vor, es müssen immer alle Elemente ausgewählt werden2. Finden einer Lösung3. Korrektes Übertragen der Lösung auf das Arbeitsblatt4. systematisches Finden weiterer Lösungen, die sich voneinander unterscheiden
Eventuelle Schwierigkeiten und entsprechende Maßnahmen	<ul style="list-style-type: none">• Vergessen der Voraussetzungen einer Permutation ohne Wiederholung → Knete als Anker, Aufgabenstellung auf Arbeitsblatt, Unterstützung der Lehrkraft• unsystematisches Probieren statt systematisches Vorgehen → Tippkarte, Hinweis der Lehrkraft• Schwierigkeiten beim Finden aller Lösungen → Knete zum Probieren, Tippkarte, anschließende Gruppenarbeit• falsches Übertragen der Kombination auf das AB → mehr Schneemänner als nötig auf AB, Ersatz-ABs

IV. Begründung der Lehr- und Lernstruktur

a) Didaktische Überlegungen

Im Rahmenlehrplan sind kombinatorische Aufgaben dem Themenbereich „Daten und Zufall“ zuzuordnen (vgl. RLP, Teil C, S. 59ff). Kombinatorische Aufgaben fördern das Problemlösen, Argumentieren und Kommunizieren sowie das Modellieren und Darstellen von Mathematik (vgl. Schipper et al. 2017, S. 318). Die Kinder lernen, unbekannte Probleme handelnd zu lösen und diesen Prozess sowie seine Darstellung nach und nach zu systematisieren.

Kombinatorische Fragestellungen begegnen den Kindern bereits im Alltag. So können sie beispielsweise verschiedene Kleidungsstücke miteinander kombinieren oder zwischen Eissorten wählen und diese unterschiedlich zusammenstellen. Durch die thematische Einbettung der Einheit in das Thema „Winter“ wird der Inhalt noch zugänglicher und ist an die Lebenswelt der Kinder angepasst. Der enaktive Zugang zu den Aufgabenstellungen fördert das kombinatorische Grundverständnis der Schülerinnen und Schüler und bereitet die Anwendung kombinatorischer Formeln in den weiterführenden Schulen vor.

Eine didaktische Reduktion der Einheit erfolgt dahingehend, dass lediglich das kartesische Produkt sowie die Permutation ohne Wiederholung behandelt werden. Andere Aufgabentypen können in den Folgeschuljahren erarbeitet werden. In den ersten Stunden der Einheit haben die Schülerinnen und Schüler bereits anhand von Fragestellungen zum kartesischen Produkt Lösungsstrategien und geeignete Darstellungsformen entwickelt. Dieses Vorwissen lässt sich nun auf die Permutation übertragen. Da die Kinder die Lösung noch durch konkretes Handeln finden und ihnen dieser Aufgabentyp zum ersten Mal begegnet, beschränkt sich die Anzahl der zu permutierenden Elemente in dieser Stunde auf 3.

b) Methodische Entscheidungen

Einstieg/Erarbeitung: An der Tafel steht, was die Schülerinnen und Schüler in der heutigen Mathestunde brauchen, sodass sie nur das Nötige auspacken und mehr Platz zum Arbeiten haben. Die „Ich-Du-Wir“-Schilder dienen zur Orientierung und Transparenz. Nach der Begrüßung führt die Lehrkraft ein Gespräch zu Dingen, die man im Winter tun kann. Die Schülerinnen und Schüler fühlen sich wieder in das Thema „Winter“ ein und haben die Möglichkeit, eigenes Vorwissen und Erfahrungen einzubringen, was sehr motivierend für sie ist. Eventuell wird die Aktivität „Schneemann bauen“ genannt und an dieser Stelle fragt die Lehrkraft, welche Kinder schon einmal einen bunten Schneemann gebaut haben. Diese Frage wird die Aufmerksamkeit vieler Kinder auf sich ziehen und bildet den Übergang zum Unterrichtsgegenstand. Die Kinder haben zu Beginn der Stunde bereits die drei verschiedenfarbigen Knetkugeln am Platz liegen, sodass hier Zeit gespart werden kann. Sie bekommen nun den Auftrag, einen Schneemann daraus zu bauen und diesen zu beschreiben. So werden die Schülerinnen und Schüler gleich handelnd an die Aufgabenstellung herangeführt, was einen schnellen und motivierenden Zugang ermöglicht. Anschließend dürfen die Kinder Schätzungen dazu abgeben, wie viele Möglichkeiten es gibt, diesen Schneemann zu bauen und die Lehrkraft notiert diese an der Tafel. Das Ergebnis wird am Ende der Stunde verglichen und reflektiert.

Nun formuliert die Lehrkraft den Arbeitsauftrag und erklärt das Arbeitsblatt. Dabei verweist sie nochmal auf die vorangegangenen Stunden und die dort erarbeiteten Strategien, die auf diese Aufgabe übertragen werden sollen. Denn Ziel ist es, eine systematische Bearbeitung kombinatorischer Fragestellungen zu fördern. Es erfolgt außerdem der Hinweis der Lehrkraft, dass die Kreise auf dem Arbeitsblatt nur schraffiert werden sollen, damit diese Arbeitsphase schneller abläuft und mehr Zeit für das Kommunizieren in den Gruppen bleibt. An der Tafel werden beispielhaft Kreise schraffiert, sodass alle wissen, was gemeint ist. Um sicherzustellen, dass die Schülerinnen und Schüler den Arbeitsauftrag verstanden haben, wird dieser nochmal von einem Kind wiederholt. Im Anschluss haben die Kinder die Möglichkeit, eventuell offengebliebene Fragen zu klären. **Arbeitsphase:** Die Arbeitsphase erfolgt zunächst in Einzelarbeit, damit jedes Kind nach eigener Strategie vorgehen kann. Für Schülerinnen und Schüler, die keine Idee haben, gibt es Tippkarten im Raum verteilt, die eine Strategie vorschlagen. Außerdem unterstützt die Lehrkraft dort, wo Hilfe benötigt wird. Zur Orientierung wird ab und zu die Zeit angesagt. Für Kinder, die sehr schnell arbeiten, gibt es eine modifizierte Aufgabe mit einer weiteren Kugel, die jedoch nur unten oder oben liegen kann, damit die Anzahl der Lösungen noch überschaubar bleibt. Der Wechsel der Sozialform orientiert sich an dem Tempo der Schülerinnen und Schüler, sollte jedoch spätestens nach zehn Minuten erfolgen, damit noch genügend Zeit für die Gruppenarbeit da ist. Für die Gruppenarbeit setzen sich die Kinder einfach mit den Stühlen an einen Tisch zusammen, da sie nicht so viel Platz benötigen und so kein Umstellen der Tische notwendig ist. Damit die Schülerinnen und Schüler am Vorbild lernen können, verspricht die Lehrkraft mithilfe des Wortspeichers einige Beispielsätze zum möglichen Vorgehen. In der Gruppe stellen sich die Kinder nun gegenseitig in kurzen Sätzen vor, wie sie vorgegangen sind und werden sich nochmal ihrem Arbeitsprozess bewusst. Gemeinsam reflektieren sie, welcher der Lösungswege besonders günstig ist, um ihr systematisches Vorgehen zu optimieren. Kommen sie zusammen auf ein neues Vorgehen, können sie sich vorne ein neues Arbeitsblatt nehmen, auf dem sie die Schneemänner neu schraffieren. Die Gruppen bestehen aus drei bis vier Kindern, sodass sich alle an der Gruppenarbeit beteiligen können. **Auswertung/ Sicherung:** In der Auswertungsphase, der Wir-Phase, sollen nun einige Gruppen ihre Ergebnisse vorstellen und zur gemeinsamen Reflexion anbieten. Sie erhalten dadurch auch die Möglichkeit, ihrem Mitteilungsbedürfnis nachzugehen und Wertschätzung für ihren Beitrag zu erhalten. Damit die anderen Kinder dem Ganzen besser folgen können, wird in dieser Stunde ein Beamer mit einer Dokumentenkamera aufgestellt. So kann das Arbeitsblatt einfach darunter gelegt werden und ist für alle sichtbar an der Wand. Damit alle Kinder aufmerksam zuhören, gibt es außerdem den Hörauftrag zu überlegen, ob die eigene Strategie ähnlich ist und warum. Gleichzeitig wird somit die Metakognition geschult. Zum Abschluss stellt die Lehrkraft noch ein bis zwei Transferaufgaben zur Vertiefung. Wie viele Möglichkeiten gibt es zum Beispiel, wenn ich drei andere Farben nehme? Habe ich genauso viele Möglichkeiten bei zwei Farben? Die Kinder setzen sich so mit dem allgemeinen Aufbau von Permutationsaufgaben auseinander. Zur Visualisierung werden Papierkreise an die Tafel gehängt. Ist noch Zeit übrig, wird die Zusatzaufgabe noch besprochen. Ansonsten wird zumindest gefragt, wer die Zusatzaufgabe geschafft hat, damit eine Wertschätzung erfolgt. Die Auswertung erfolgt dann in der nächsten Stunde. Zum Stundenausklang erhalten die Schülerinnen und Schüler ein kurzes Feedback sowie einen Ausblick auf die nächste Stunde. Das gibt ihnen Transparenz und somit Sicherheit und Struktur.

	<ul style="list-style-type: none"> • leitet Du-Phase (Gruppenarbeit) ein • zeigt vorbildhaft anhand des Wortspeichers, wie Sätze zum Vorgehen formuliert werden können • geht herum, unterstützt und lobt die SuS 	<ul style="list-style-type: none"> • hören zu • setzen sich in Gruppen zusammen • erklären sich gegenseitig ihre Strategie • überlegen gemeinsam, welche Strategie besonders günstig ist • malen ggf. Vorgehen erneut auf 	Gruppenarbeit	Wortspeicher, Arbeitsblatt
ca. 8.30 – 8.45 Reflexion/ Sicherung	<ul style="list-style-type: none"> • beendet Arbeitsphase mit Signal • leitet Auswertungsphase ein und formuliert Hörauftrag • gibt Impulse zur Formulierung der Vorgehensweise • geht auf Schätzung ein • stellt zur Vertiefung 1-2 Transferfragen (Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn ich eine pinke, eine grüne und eine violette Kugel habe? Hab ich genauso viele Möglichkeiten, wenn ich 2 grüne und 1 pinke Kugel habe?) • gibt Feedback, Ausblick auf nächste Stunde und verabschiedet sich • didaktische Reserve: Besprechung der Zusatzaufgabe, ansonsten Besprechung in der nächsten Stunde 	<ul style="list-style-type: none"> • hören zu • einige stellen Ergebnisse vor • alle reflektieren Vorgehensweise • reflektieren die Schätzungen • beantworten Fragen und begründen ihre Antwort 	Plenum, Unterrichtsgespräch	Klingel, Dokumentenkamera, Beamer, Papierkreise für die Tafel

VI. Anhangsverzeichnis

- a) geplantes Tafelbild
- b) Stundentransparenz Ich-Du-Wir
- c) Arbeitsblatt
- d) Zusatzaufgabe
- e) Tippkarte
- f) Wortspeicher

VII. Literaturverzeichnis

- Grotz, B. (2018): *Kombinatorik*. Online verfügbar unter: <https://www.grund-wissen.de/mathematik/stochastik/kombinatorik.html> [letzter Zugriff: 14.02.21].
- SenBJF, MBJF (2015): *Rahmenlehrplan Teil C Mathematik Jahrgangsstufen 1 – 10*. Online verfügbar unter: https://bildungsserver.berlinbrandenburg.de/fileadmin/bbb/unterricht/rahmenlehrplaene/Rahmenlehrplanprojekt/amtliche_Fassung/Teil_C_Mathematik_2015_11_10_WEB.pdf [letzter Zugriff: 23.10.20].
- Schipper, W., Ebeling, A., Dröge, R. (2017): *Handbuch für den Mathematikunterricht 3. Schuljahr*. Braunschweig: Schroedel.

a) geplantes Tafelbild

vordere Schiene:

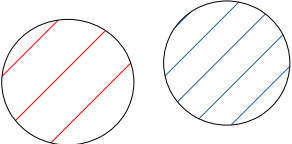
Material für die Stunde, Schätzungen, Ich-Du-Wir

hintere Schiene:


Wortspeicher, Transferaufgaben

Wie viele verschiedene bunte Schneemänner können wir bauen?

Du benötigst:
- Federtasche
- Buntstifte



[schraffierte Kreise als Beispiel]



Wortspeicher

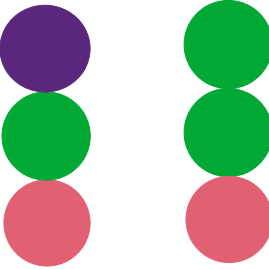

Ich habe ____ verschiedene Möglichkeiten gefunden.

Zuerst habe ich ...
Dann habe ich ...

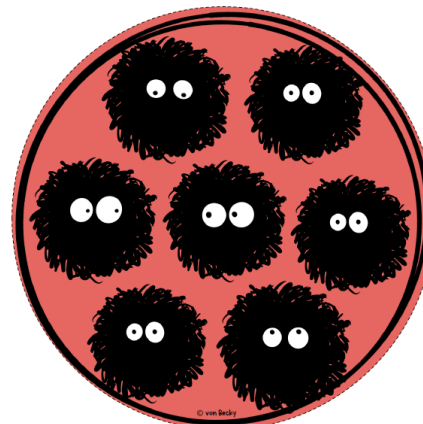
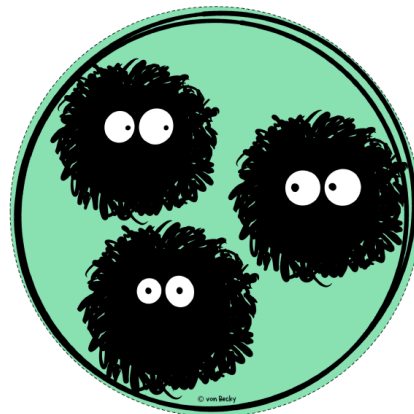
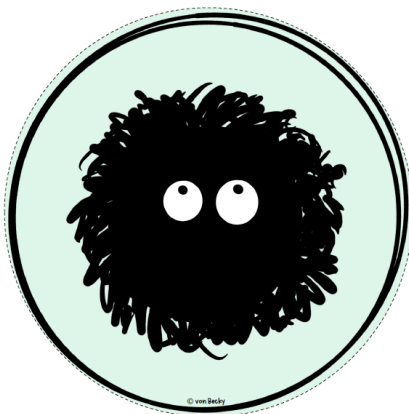
gleich - anders - ähnlich

sortieren

Reihenfolge

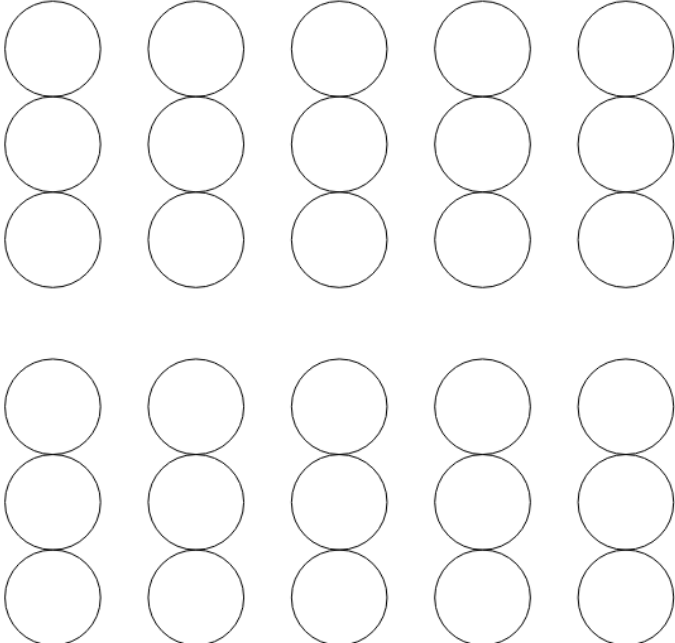


b) Stundentransparenz Ich-Du-Wir



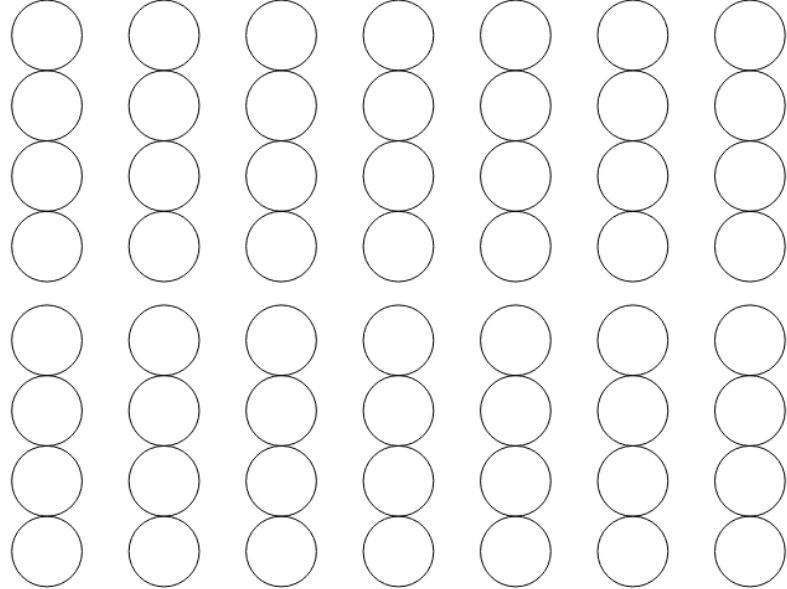
Quelle: Becky Lehrermarktplatz, <https://lehrermarktplatz.de/material/113516/sozialform-visualisieren-ich-du-wir>

c) Arbeitsblatt (erstellt mit dem *Worksheet Crafter*)

Bunte Schneemänner	Name: _____
<p><u>Wir bauen einen bunten Schneemann.</u></p> <p>Unser Schneemann besteht immer aus 3 Kugeln. Eine Kugel ist blau, eine ist rot und eine ist gelb. Wie viele verschiedene Schneemänner können wir bauen? Überlege, wie du geschickt vorgehen kannst.</p>	
	
<p>Meine Antwort: Es gibt _____ verschiedene Schneemänner.</p>	



d) Zusatzaufgabe (erstellt mit dem *Worksheet Crafter*)

Bunte Schneemänner Zusatz	Name: _____
<p><u>Der Riesenschneemann</u></p> <p>Zu unseren 3 Kugeln kommt eine 4. <i>pinke</i> Kugel dazu. Die <i>pinke</i> Kugel soll aber nur ganz unten oder ganz oben liegen. Wie viele verschiedene Schneemänner können wir jetzt bauen? Überlege, wie du geschickt vorgehen kannst.</p>	
	
<p>Meine Antwort: Es gibt _____ verschiedene Schneemänner.</p>	



e) **Tippkarte** (erstellt mit dem *Worksheet Crafter*)

Tipps

Beginne mit allen
Schneemännern,
die einen blauen
Kopf haben.

f) **Wortspeicher** (erstellt mit dem *Worksheet Crafter*)

Wortspeicher

Ich habe ____ verschiedene
Möglichkeiten gefunden.

Zuerst habe ich ...
Dann habe ich ...

gleich - anders - ähnlich

sortieren

Reihenfolge

